

# 変圧器等価回路図の パラメータの計測

著者

教授（工学博士） Johannes Teigelkötter  
工学士 Steffen Glaab

HBM Test and Measurement



# 変圧器等価回路図のパラメータの計測

## 概要

さまざまなアプリケーションで使用されている変圧器は、交流技術において最も重要な構成部品の1つです。変圧器は、電気エネルギー分野において電圧レベルを変換する目的で使用されます。効率のよいエネルギーの伝達を確実にを行うためには、効率の高い最適な方式を利用することが求められます。パワーエレクトロニクス回路が幅広く普及している状況においても、必要なガバナック絶縁を可能にするため、小型電源では依然として変圧器が必要とされています。計測技術において計測量を変換するために変圧器が使用されることもあります。変圧器は、これらの使用目的に応じて異なる要件を満たす必要があります。コア材料の選択やコアの幾何学的形状の変更によって、さまざまな用途に対応することができます。変圧器の特性は簡単な等価回路図で表すことができ、これにより変圧器が必要とされている用途に適切であるかどうかや、さまざまな負荷での振る舞いの評価が可能になります。本稿では、まず変圧器の等価回路図を導出し説明します。次に、等価回路図と変圧器コアの鉄損を決定するための計測と計算方法を示します。計測と計算はHBM データレコーダーGenesis 3iで行います。付録には、必要な数式がすべて含まれています（Perceptionソフトウェアにインポートしてご利用いただけます）。

## 1. 変圧器の等価回路図

図1に、フェライトコアで磁氣的に接続された2つの巻き線を備えた変圧器の動作原理を示します。フェライトコアは空気と比較して透磁率が高いため、磁束 $\Phi_{\mu}$ はコアの中を通過します。しかしながら、わずかな磁束の漏れ、 $\Phi_{1\sigma}$ と $\Phi_{2\sigma}$ も発生します。抵抗器 $R_1$ および $R_2$ は、巻き線の抵抗値をシミュレートしています。変圧器の動作特性を説明するために、このモデルから図2に示したような等価回路図を導きます。この図は、理想的な変圧器の1次側と2次側間の変換比を示しています。発生する他の効果は、受動部品によって表現されています。磁束は、漏れインダクタンス $L_{1\sigma}$ および $L_{2\sigma}$ と主インダクタンス $L_{\mu}$ として表されます。抵抗 $R_{Fe}$ は主インダクタンス $L_{\mu}$ と並列に接続され、コア材料の鉄損をシミュレートする役割を果たしています。鉄損には、渦電流損失およびヒステリシス損失が含まれます。

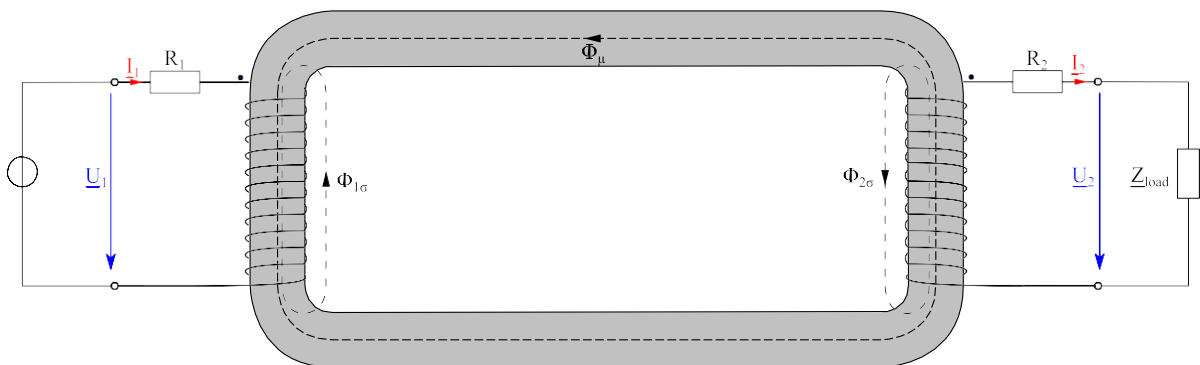


図1: 変圧器の動作原理

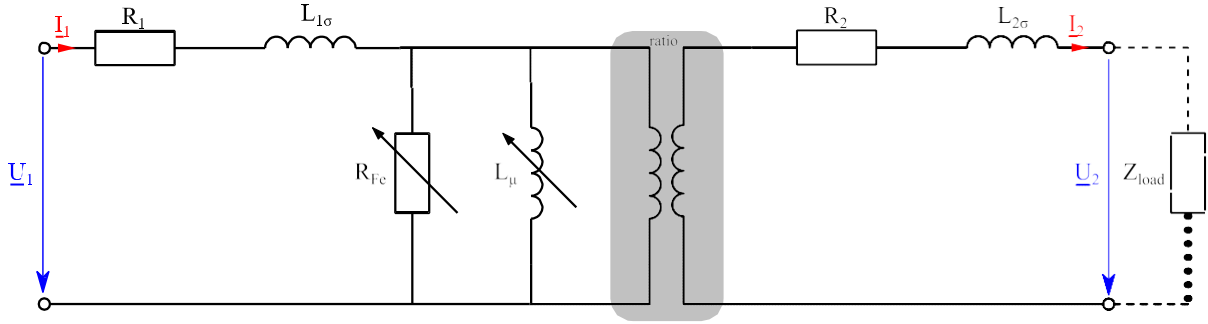


図2: 理想的な変圧効率を備えた変圧器の等価回路図

誘起電圧によって引き起こされるフェライトコアの電流の流れにより、渦電流損失が生じます。レンツの法則により、この電流はコイル内の磁束の変化を妨げるような方向に生じます。この電流を最小限に抑えるため、フェライトコアは互いに絶縁されたプレートで構成されています。鉄中の分子磁石（ワイスドメイン）の整列にエネルギーが必要となるため、フェライトコアの周期的な再磁化によってヒステリシス損失が引き起こされます。主インダクタンス  $L_\mu$  と鉄損抵抗  $R_{Fe}$  の両方が非線形透磁率  $\mu_{Fe}$  を持つ芯材に依存しているため、両方とも非線形となります。

$$R_K = R_1 + R_2 \dot{u}^2 \quad (1)$$

$$L_K = L_{1\sigma} + L_{2\sigma} \dot{u}^2 \quad (2)$$

漏れインダクタンスは、その磁力線が主に一定の透磁率を示す空気を通して流れるので線形とみなすことができます。さらに検討を進めるため、図2の等価回路図を単純化します（図3）。通常動作においては、 $R_1$  および  $L_{1\sigma}$  の電圧降下は、鉄損抵抗  $R_{Fe}$  および主インダクタンス  $L_\mu$  による電圧降下に比べて無視できる大きさです。このため、鉄損抵抗  $R_{Fe}$  と主インダクタンス  $L_\mu$  を直接入力端子に接続することが可能です。[1]式(1)、(2)では、オーミック抵抗  $R_2$  と2次側の漏れインダクタンス  $L_{2\sigma}$  は1次側に変換され、結合して  $R_K$  と  $L_K$  となります。以下で行われる計測と計算は、このようにして簡略化された等価回路図を参考としています。計測量  $\frac{I'_2}{I_1}$ 、 $\frac{U'_2}{U_1}$  および  $\frac{Z'_{load}}{Z_{load}}$  は、変換比を考慮して2次側から1次側に変換されています。

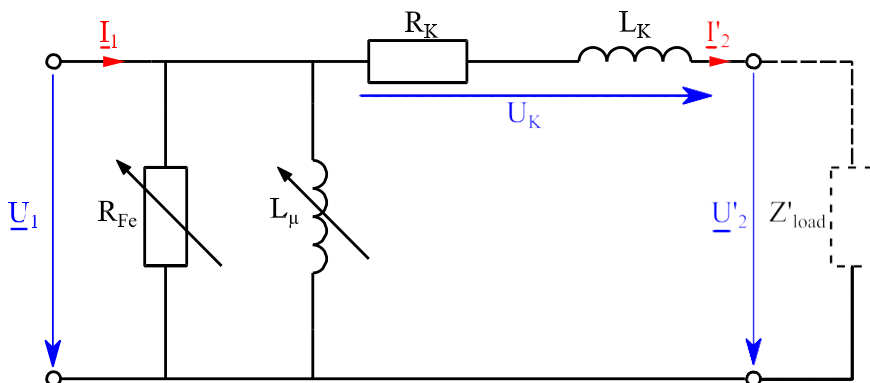


図3: 変圧器の簡略化された等価回路図

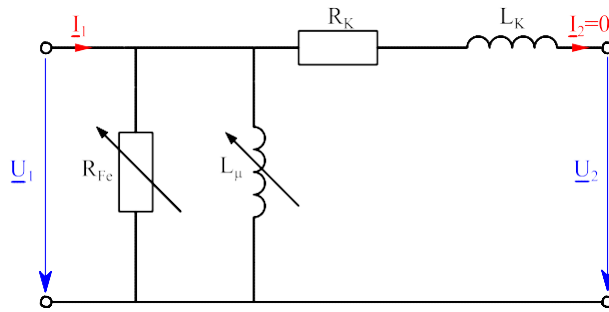


図4: 無負荷時の変圧器の等価回路図

## 2. 無負荷時の計測

鉄損抵抗  $R_{Fe}$  および主インダクタンス  $L_{\mu}$  の値は、図4に示すように無負荷試験によって決定することができます。これらの値は非線形の挙動を示すので、無負荷変圧器には可変変圧器により可変振幅の正弦波電圧が供給されます。これにより、異なる磁束  $\Psi$  を有する異なる負荷点の近傍で計測することが可能になります。磁束は、印加電圧から次のように計算されます。

$$\Psi = \int \hat{u} \cdot \sin(2\pi f t) dt \quad (3)$$

$$\Psi = -\frac{\hat{u}}{2\pi f} \cdot \cos(2\pi f t) \quad (4)$$

計測学的に取得される物理量は、1次電圧  $u_1(t)$ 、1次電流  $i_1(t)$  および2次電圧  $u_2(t)$  です。鉄損抵抗  $R_{Fe}$  および主インダクタンス  $L_{\mu}$  を決定するため、最初に、1次電圧  $U_1$  の2乗平均値、1次側の有効電力  $P_1$ 、および無効電力  $Q_1$  が決定されます。計算は周期的に行われます。成分値および変換比  $\hat{u}$  は、式(5) (6) (7)を用いて計算することができます。

$$R_{Fe} = \frac{U_1^2}{P_1} \quad (5)$$

$$L_{\mu} = \frac{1}{2\pi f} \cdot \frac{U_1^2}{Q_1} \quad (6)$$

$$\hat{u} = \frac{U_1}{U_2} \quad (7)$$

図5から分かるように、成分の値は磁束に依存するため一定ではありません。成分の計算値は正弦波の平均値です。

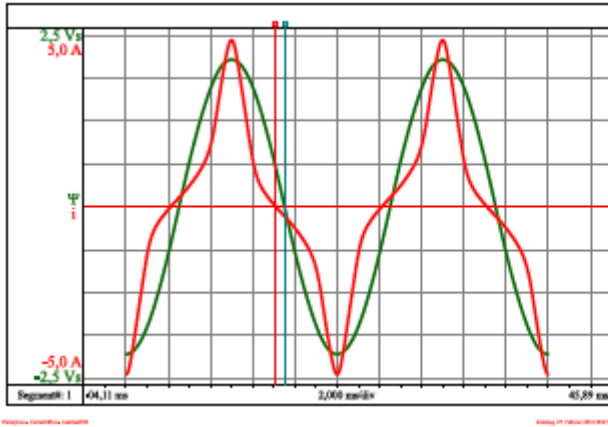


図6: 電流と磁束

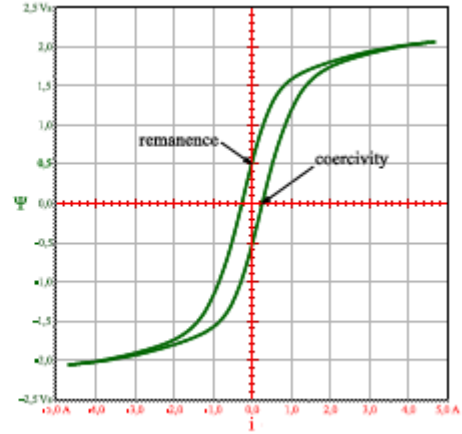


図7: ΨI ダイアグラム

さらなる検討を可能にするために、計測値の時間経過を調べます。図6には、経時的な電流のひずみ（赤い曲線）が明確に示されています。コア材料は飽和状態になります。磁束密度  $B$  と磁界強度  $H$  との間の相関は、ヒステリシス曲線によって明確に示されています。コアの形状が分かっている場合、磁束密度と磁場強度は計測量から以下の式を使用して決定できます。

$$B = \frac{\Psi}{A_{Fe}} \quad (8)$$

$$H = \frac{I}{l_{Fe}} \quad (9)$$

ここで計測された試験片のコアの形状が未知であることから、図7に示した  $\Psi I$  の特性曲線はヒステリシス曲線となります。新しい曲線と多数の負荷点も図8に示されています。新しい曲線は、リンクされた磁束と電流が電圧ゼロ交差において取得される異なる負荷状態に近づくことによって決定されます。それは、磁場が磁化されていないコアにまず印加され、主インダクタンス  $L_\mu$  の特性曲線であるときに生成されます。磁束密度は、最初ゆっくりと増加します。磁場強度が増加するにつれて磁束密度は加速度的に増加し、やがてコアが飽和状態になると磁束密度はほとんど上昇しなくなります。ここで、磁場強度が減少しても磁束密度は新しい曲線に沿って戻ることはなく、ヒステリシス曲線を描きます。磁場強度がゼロに等しくなっても磁気は残っており、これは残留磁気と呼ばれます。この残留磁気を除去するために必要な磁場強度は、抗電界強度と呼ばれます。[2]

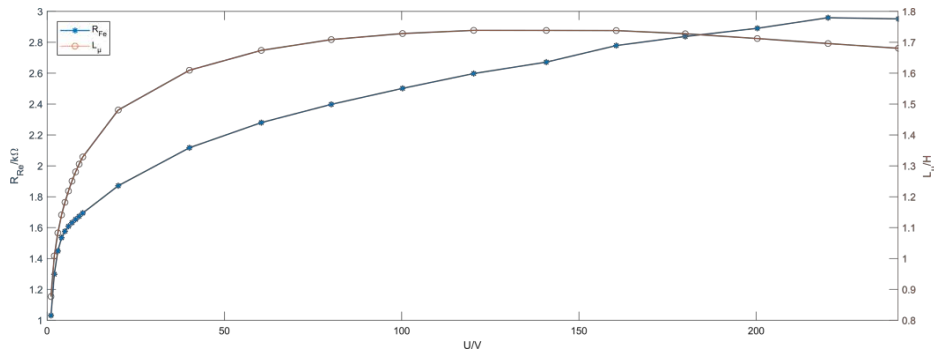


図5: 主インダクタンスおよび鉄損抵抗の電圧依存

予想される鉄損を決定するもう一つの方法は、シュタインメッツ式 (10) です。

$$P_{Fe} = k \cdot f^a \cdot \Psi^b \quad (10)$$

シュタインメッツ式は、ヒステリシス曲線で囲まれた面積が鉄損に等しいという事実に基づいています。シュタインメッツ式を適用するための前提条件は、正弦波の入力電圧です。計測値から計算された異なる形でリンクされた磁束に対する鉄損は、カーブフィッティングにより (図9) 式 (10) から未知の係数 a および b を決定するために使用できます。このようにして生成された曲線は、事前に他の負荷点の鉄損を推定するために利用することが可能です。

### 3. 短絡での計測

短絡試験では、2次側を低オームインピーダンスの  $Z_{load}$  によって短絡します (図11)。電流は可変変圧器によって公称 (定格) 電流に設定されます。

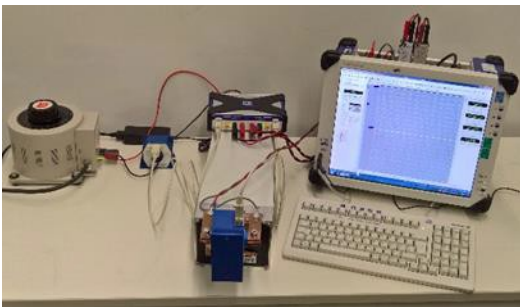


図10: 短絡計測の計測設定

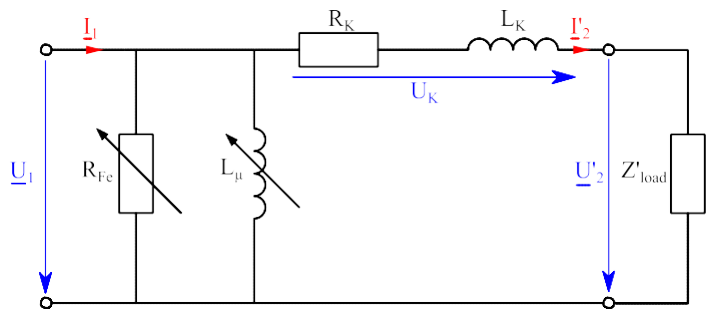


図11: 短絡時の変圧器の等価回路図

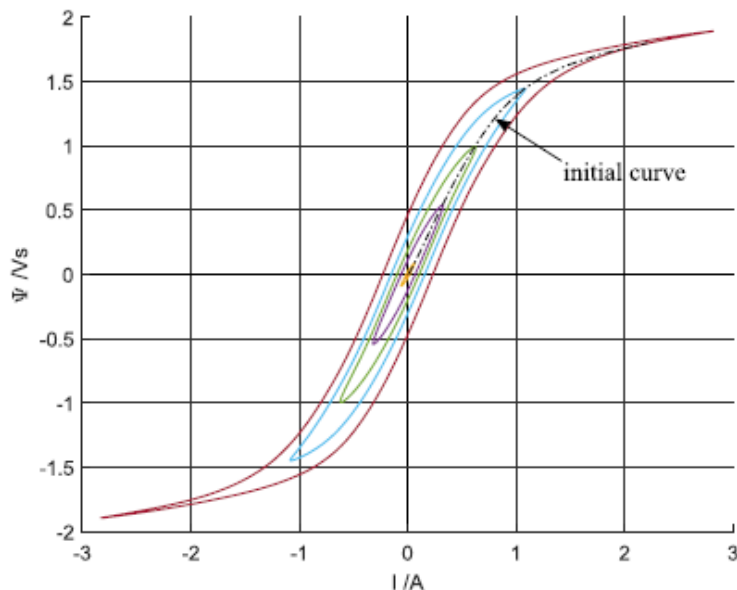


図8: 新しい曲線のヒステリシス曲線

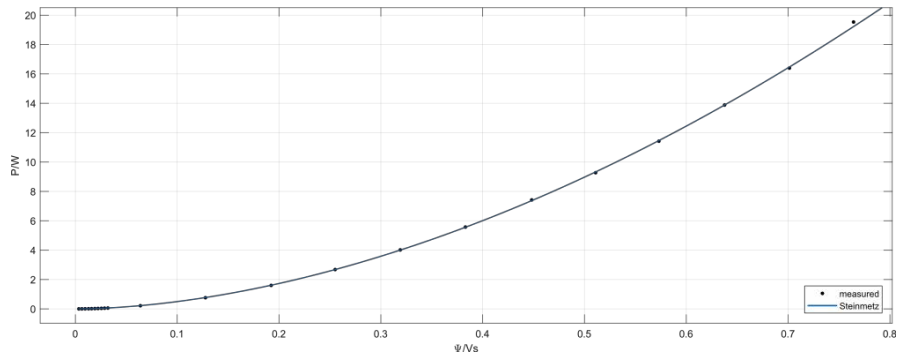


図9: シュタインメッツ式を使用して計算した鉄損と計測データとの比較

この動作状態では、主インダクタンスおよび鉄損抵抗を通る電流は無視できる大きさです。計量的に取得される量は、負荷に対する1次電圧  $u_1(t)$ 、1次電流  $i_1(t)$ 、2次電流  $i_2(t)$  および電圧  $u_2(t)$  です。まず、電圧降下は  $R_K$  と  $L_K$  で計算されます。

$$u_K(t) = u_1(t) - \left( \frac{u_2(t)}{\ddot{u}} \right) \quad (11)$$

次に、 $R_K$  および  $L_K$  に変換された電力を計算するために、 $u_K(t)$  および  $i_2(t)$  を使用することができ、続いて、成分値を計算することができます。

$$R_K = \frac{P_K}{I_2'^2} \quad (12)$$

$$L_K = \frac{1}{2\pi f} \cdot \frac{Q_K}{I_2'^2} \quad (13)$$

#### 4. 参考文献

- [1] J. Teigelkötter, Energieeffiziente elektrische Antriebe, Springer Vieweg Verlag, 2013.
- [2] M. S. Hering, Physik für Ingenieure (9.Auflage), Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2004.

# 付録

## A1 無負荷時の式

名称	式	単位
GEN3i		
	変数割り当て	
周波数	50	Hz
	等価回路の計測値	
i_1	Recorder_A.i_1	A
u_1	Recorder_A.u_1	V
u_2	Recorder_A.u_2	V
	#region Cycle Parameters	
	Defining cycle parameters	
Cycle_source	Recorder_A.u_1	V
Cycle_count	1	
Cycle_level	0	V
Cycle_hyst	0,1	V
Cycle_holdoff	0,001	s
Cycle_filter_type	1	
Cycle_cutoff_frequency	1000	Hz
Cycle_direction	0	
Cycle_timeout	1	s
Cycle_source_filt	@HWFilter ( RTFormulas.Cycle_source ; RTFormulas.Cycle_filter_type ; RTFormulas.Cycle_cutoff_frequency )	A
	End of cyle parameters	
	#endregion Cycle Parameters	
	=====	
	#region Cycle computation and Cycle check	
	START of Computing the CYCLE MASTER	
Cycle_Master	@CycleDetect ( RTFormulas.Cycle_source_filt ; RTFormulas.Cycle_count ; RTFormulas.Cycle_level ; RTFormulas.Cycle_hyst ; RTFormulas.Cycle_holdoff ; RTFormulas.Cycle_direction ; RTFormulas.Cycle_timeout )	
	END of Computing the CYCLE MASTER	
	-----	
	START computing the CYCLE CHECK (= cycle frequency) to check for missing/multiple cycles	
Cycle_Check	@CycleFrequency ( RTFormulas.Cycle_Master )	Hz
	END of Computing the CYCLE CHECK	
	#endregion Cycle computation and Cycle check	
	=====	
	START of Computing the True RMS current signals	
I_1	@CycleRMS ( RTFormulas.i_1 ; RTFormulas.Cycle_Master )	A
	Computing the mean (or collective) current	
	END of Computing the True RMS current signals	
	-----	
	START of Computing the True RMS voltage signals	



U_1	@CycleRMS ( RTFormulas.u_1; RTFormulas.Cycle_Master )	V
U_2	@CycleRMS ( RTFormulas.u_2; RTFormulas.Cycle_Master )	V
	Computing the mean (or collective) voltage	
	END of Computing the True RMS voltage signals	
	-----	
	START of Computing the electrical power	
	Computing the activ Power	
p_1	RTFormulas.u_1 * RTFormulas.i_1	W
P_1	@CycleMean ( RTFormulas.p_1 ; RTFormulas.Cycle_Master )	W
	Computing the apparent power	
S_1	RTFormulas.U_1 * RTFormulas.I_1	VA
	Computing the reactive Power	
Q_1	@Sqrt(RTFormulas.S_1*RTFormulas.S_1- RTFormulas.P_1*RTFormulas.P_1)	可変
	-----	
	#endregion Power computations	
	=====	
	#endregion AC3_PN	
	*****	
R_Fe	(RTFormulas.U_1*RTFormulas.U_1)/RTFormulas.P_1	Ω
L_μ	((RTFormulas.U_1*RTFormulas.U_1)/RTFormulas.Q_1)/(2*Syste m.Constants.Pi*RTFormulas.frequency)	H
	Computing Ψ	
Ψ	@Integrate(RTFormulas.u_1)	Vs

## A2 短絡時の式

名称	式	単位
GEN3i		
	変数割り当て	
比	40	
周波数	50	Hz
	等価回路の計測値	
i_1	Recorder_A.i_1	A
i'_2	Recorder_A.i_2/RTFormulas.ratio	A
u_1	Recorder_A.u_1	V
u'_2	Recorder_A.u_2*RTFormulas.ratio	V
u_K	Recorder_A.u_1-RTFormulas.u'_2	V
	#region Cycle Parameters	
	Defining cycle parameters	
Cycle_source	Recorder_A.u_1	V
Cycle_count	1	
Cycle_level	0	V
Cycle_hyst	0,1	V
Cycle_holdoff	0,001	s
Cycle_filter_type	1	

Cycle_cutoff_frequency	1000	Hz
Cycle_direction	0	
Cycle_timeout	1	s
Cycle_source_filt	@HWFilter ( RTFormulas.Cycle_source ; RTFormulas.Cycle_filter_type ; RTFormulas.Cycle_cutoff_frequency )	A
	End of cycle parameters	
	#endregion Cycle Parameters	
	=====	
	#region Cycle computation and Cycle check	
	START of Computing the CYCLE MASTER	
Cycle_Master	@CycleDetect ( RTFormulas.Cycle_source_filt ; RTFormulas.Cycle_count ; RTFormulas.Cycle_level ; RTFormulas.Cycle_hyst ; RTFormulas.Cycle_holdoff ; RTFormulas.Cycle_direction ; RTFormulas.Cycle_timeout )	
	END of Computing the CYCLE MASTER	
	-----	
	START computing the CYCLE CHECK (= cycle frequency) to check for missing/multiple cycles	
Cycle_Check	@CycleFrequency ( RTFormulas.Cycle_Master )	Hz
	END of Computing the CYCLE CHECK	
	#endregion Cycle computation and Cycle check	
	=====	
	START of Computing the True RMS current signals	
I_1	@CycleRMS ( RTFormulas.i_1 ; RTFormulas.Cycle_Master )	A
I'_2	@CycleRMS(RTFormulas.i'_2;RTFormulas.Cycle_Master)	A
	Computing the mean (or collective) current	
	END of Computing the True RMS current signals	
	-----	
	START of Computing the True RMS voltage signals	
U_1	@CycleRMS ( RTFormulas.u_1; RTFormulas.Cycle_Master )	V
U'_2	@CycleRMS ( RTFormulas.u'_2; RTFormulas.Cycle_Master )	V
U_K	@CycleRMS ( RTFormulas.u_K; RTFormulas.Cycle_Master )	V
	Computing the mean (or collective) voltage	
	END of Computing the True RMS voltage signals	
	-----	
	START of Computing the electrical power	
	Computing the activ Power	
p_in	RTFormulas.u_1 * RTFormulas.i_1	W
p_load	RTFormulas.u'_2*RTFormulas.i'_2	W
p_K	RTFormulas.u_K*RTFormulas.i'_2	W
P_in	@CycleMean ( RTFormulas.p_in ; RTFormulas.Cycle_Master )	W
P_load	@CycleMean(RTFormulas.p_load;RTFormulas.Cycle_Master)	W
P_K	@CycleMean(RTFormulas.p_K;RTFormulas.Cycle_Master)	W
	Computing the apparent power	
S_in	RTFormulas.U_1 * RTFormulas.I_1	VA
S_load	RTFormulas.U'_2 * RTFormulas.I'_2	VA
S_K	RTFormulas.U_K * RTFormulas.I_1	VA
	Computing the reactive Power	
Q_in	@Sqrt(RTFormulas.S_in*RTFormulas.S_in- RTFormulas.P_in*RTFormulas.P_in)	可変
	@Sqrt(RTFormulas.S_load*RTFormulas.S_load-	

Q_load	RTFormulas.P_load*RTFormulas.P_load)	可変
Q_K	@Sqrt(RTFormulas.S_K*RTFormulas.S_K-RTFormulas.P_K*RTFormulas.P_K)	可変
	-----	
	#endregion Power computations	
	=====	
	Computing the Parameter of the short circuit	
R_K	RTFormulas.P_K/(RTFormulas.I_1*RTFormulas.I_1)	Ω
L_K	(RTFormulas.Q_K/(RTFormulas.I_1*RTFormulas.I_1))/(2*System.Constants.Pi*RTFormulas.frequency)	H
	Computing the Parameter of load	
R_load	RTFormulas.P_load/(RTFormulas.I'_2*RTFormulas.I'_2)	Ω
L_load	(RTFormulas.Q_load/(RTFormulas.I'_2*RTFormulas.I'_2))/(2*System.Constants.Pi*RTFormulas.frequency)	H