

Messung der Parameter eines Transformator- Ersatzschaltbildes

Autoren

Prof. Dr-Ing. Johannes Teigelkötter
Dipl.-Ing. Steffen Glaab

HBM Test and Measurement



Messung der Parameter eines Transformator-Ersatzschaltbildes

Kurzfassung

Der Transformator zählt zu den wichtigsten Bauelementen in der Wechselstromtechnik und kommt in unterschiedlichen Bereichen zum Einsatz. Zum einen findet er in der elektrischen Energietechnik als Umspanner zwischen unterschiedlichen Spannungsebenen Anwendung. Um hier eine effiziente Energieübertragung zu gewährleisten, ist ein guter Wirkungsgrad und eine optimale Ausnutzung erforderlich. Daneben ist er trotz der weiten Verbreitung von leistungselektronischen Schaltungen noch immer auch bei kleinen Netzteilen erforderlich, um die nötige Potentialtrennung zu ermöglichen. In der Messtechnik wird er als Wandler von Messgrößen eingesetzt. Je nach Verwendungszweck werden unterschiedliche Anforderungen an Transformatoren gestellt. Eine Anpassung an diese Anforderungen kann durch die Auswahl des verwendeten Kernmaterials und durch Variationen der Geometrie des Kerns erfolgen. Die individuellen Eigenschaften eines Transformators lassen sich durch ein einfaches Ersatzschaltbild nachbilden. Mit diesem lässt sich die Eignung eines Transformators für das angestrebte Einsatzgebiet und sein Verhalten in verschiedenen Lastpunkten beurteilen. In diesem Beitrag wird zunächst das Ersatzschaltbild des Transformators hergeleitet und erläutert. Im Anschluss werden Messungen und Berechnungsmethoden zur Bestimmung des Ersatzschaltbildes und der Eisenverlust im Transformator Kern vorgestellt. Die Messungen und Berechnungen werden mit dem Datenrekorder HBM Genesis 3i durchgeführt. Alle notwendigen Formeln befinden sich im Anhang und können in Perception importiert werden.

1. Ersatzschaltbild des Transformators

Abbildung 1 zeigt das Funktionsprinzip eines Transformators mit zwei Wicklungen, welche über einen Eisenkern magnetisch gekoppelt sind. Durch die im Vergleich zur Luft hohe Permeabilität des Eisenkerns wird der Fluss Φ_μ in diesem geführt. Dennoch kommt es zu geringen Streuflüssen $\Phi_{1\sigma}$ und $\Phi_{2\sigma}$. Die Widerstände R_1 und R_2 bilden den ohmschen Anteil der Wicklungen nach. Um das Betriebsverhalten des Transformators zu beschreiben wird aus diesem Modell eine Ersatzschaltung gemäß Abbildung 2 abgeleitet. Darin wird das Übersetzungsverhältnis zwischen Primär- und Sekundärseite durch einen idealen Transformator abgebildet. Die weiteren auftretende Effekte werden durch passive Bauelemente nachgebildet. Die magnetischen Flüsse werden durch die Streuinduktivitäten $L_{1\sigma}$ und $L_{2\sigma}$, sowie die Hauptinduktivität L_μ beschrieben. Der parallel zur Hauptinduktivität L_μ geschaltete Widerstand R_{Fe} dient zur Nachbildung der Eisenverluste im Kernmaterial. Diese setzen sich aus den Wirbelstromverlusten und den Hystereseverlusten zusammen.

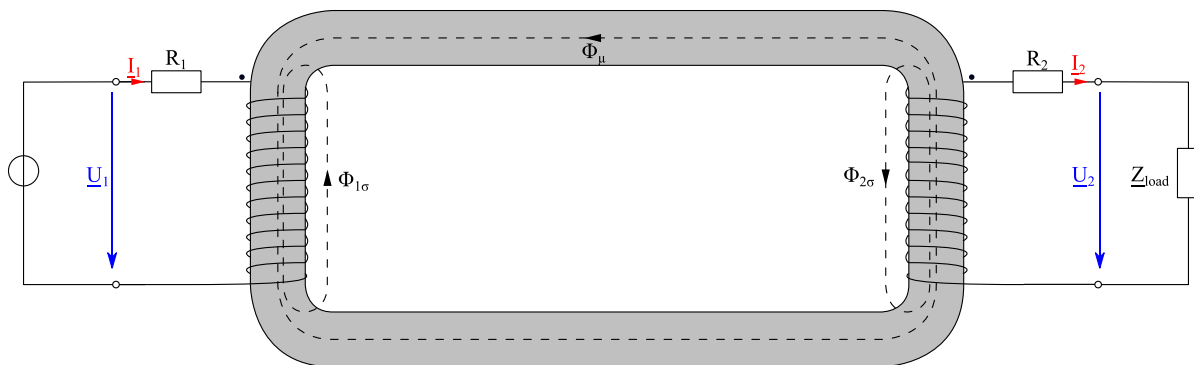


Abb. 1: Funktionsprinzip eines Transformators

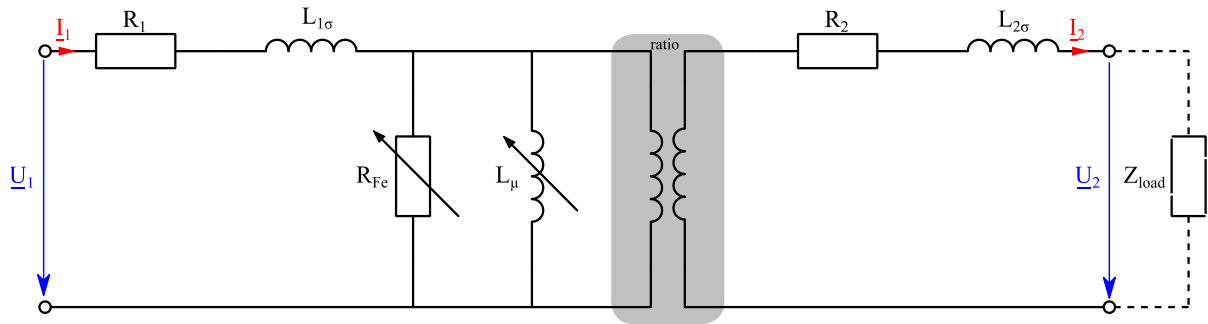


Abb. 2: Ersatzschaltbild des Transformators mit idealem Übersetzer

Die Wirbelstromverluste entstehen durch einen Stromfluss im Eisenkern, der durch induzierte Spannungen hervorgerufen wird. Dieser wirkt gemäß der Lenz'schen Regel seiner Ursache entgegen. Um diesen Stromfluss zu minimieren wird der Eisenkern aus zueinander isolierten Blechen aufgebaut. Die Hystereseverluste werden durch die periodische Ummagnetisierung des Eisenkerns verursacht, da dabei Energie benötigt wird um die Elementarmagnete im Eisen (Weiss-Bezirke) auszurichten. Da sowohl die Hauptinduktivität L_μ als auch der Eisenverlustwiderstand R_{Fe} vom Kernmaterial mit nicht linearer Permeabilität μ_{Fe} abhängig sind, besitzen beide einen nicht linearen Verlauf. Die Streuinduktivitäten können als linear betrachtet werden, da ihre Feldlinie hauptsächlich durch die Luft, welche eine konstante Permeabilität aufweist, verlaufen. Für die weiteren Betrachtungen wird das Ersatzschaltbild aus Abbildung 2 noch weiter vereinfacht (Abbildung 3). Der Spannungsfall an R_1 und $L_{1\sigma}$ ist im Vergleich zum Spannungsfall über den Eisenverlustwiderstand R_{Fe} und die Hauptinduktivität L_μ ist im normalen Betriebsfall vernachlässigbar klein. Somit können Eisenverlustwiderstand R_{Fe} und Hauptinduktivität L_μ direkt mit den Eingangsklemmen kontaktiert werden. [1] In Gleichung (1) und (2) werden zusätzlich noch der ohmsche Widerstand R_2 und die Streuinduktivität $L_{2\sigma}$ der Sekundärseite die Primärseite umgerechnet und zu R_K und L_K zusammengefasst.

$$R_K = R_1 + R_2 \ddot{u}^2 \quad (1)$$

$$L_K = L_{1\sigma} + L_{2\sigma} \ddot{u}^2 \quad (2)$$

Die im Folgenden durchgeführten Messungen und Berechnungen beziehen sich auf das so vereinfachte Ersatzschaltbild. Die Größen $\frac{I'_2}{I_1}$, $\frac{U'_2}{U_1}$ und Z'_{load} wurden von der Sekundärseite unter Berücksichtigung des Übersetzungsverhältnisses auf die Primärseite umgerechnet.

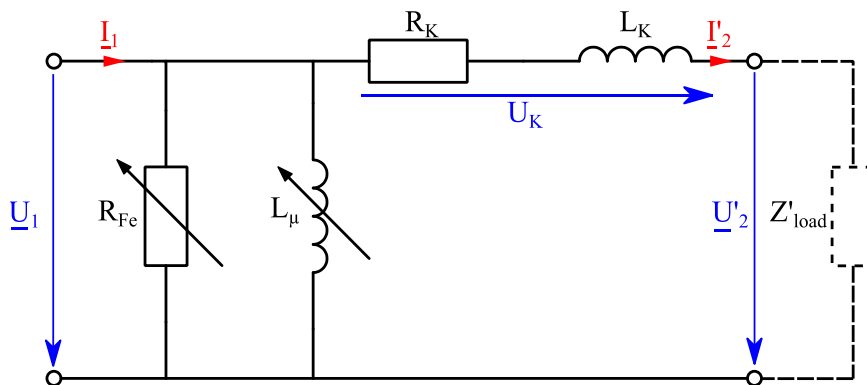


Abb. 3: Vereinfachtes Ersatzschaltbild des Transformators

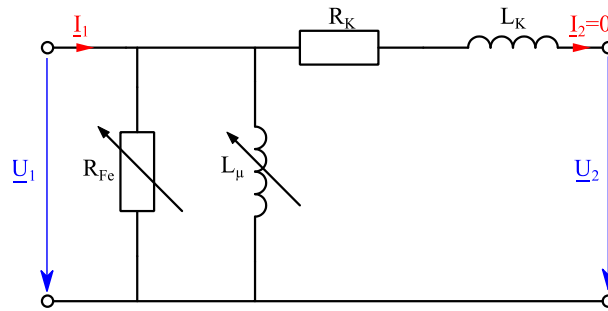


Abbildung 4: Ersatzschaltbild des Transformators im Leerlauf

2. Messungen im Leerlauf

Die Werte des Eisenverlustwiderstandes R_{Fe} und der Hauptinduktivität L_{μ} können durch einen Leerlaufversuch gemäß Abbildung 4 bestimmt werden. Da diese ein nicht lineares Verhalten besitzen, wird der unbelastete Transformator mit einem Stelltransformator als sinusförmiger Spannungsquelle mit variabler Amplitude gespeist. Damit können verschieden Lastpunkte mit unterschiedlichem verkettetem magnetischem Fluss Ψ angefahren und gemessen werden. Der magnetische Fluss berechnet sich aus der angelegten Spannung wie folgt:

$$\Psi = \int \hat{u} \cdot \sin(2\pi ft) dt \quad (3)$$

$$\Psi = -\frac{\hat{u}}{2\pi f} \cdot \cos(2\pi ft) \quad (4)$$

Die messtechnisch erfassten Größen sind die Primärspannung $u_1(t)$, der Primärstrom $i_1(t)$ und die Sekundärspannung $u_2(t)$. Zur Bestimmung des Eisenverlustwiderstandes R_{Fe} und der Hauptinduktivität L_{μ} wird zunächst der Effektivwert der Primärspannung U_1 , die Primärseitige Wirkleistung P_1 und Blindleistung Q_1 bestimmt. Diese Berechnungen werden zyklusbasiert durchgeführt. Die Bauteilwerte und das Übersetzungsverhältnis \hat{u} lassen sich mit Formel (5) (6) und (7) berechnen.

$$R_{Fe} = \frac{U_1^2}{P_1} \quad (5)$$

$$L_{\mu} = \frac{1}{2\pi f} \cdot \frac{U_1^2}{Q_1} \quad (6)$$

$$\hat{u} = \frac{U_1}{U_2} \quad (7)$$

Wie in Abbildung 5 zu sehen sind die Bauteilwerte infolge der Abhängigkeit vom magnetischen Fluss nicht konstant. Die berechneten Bauteilwerte sind eine Mittelung über eine Sinuswelle.

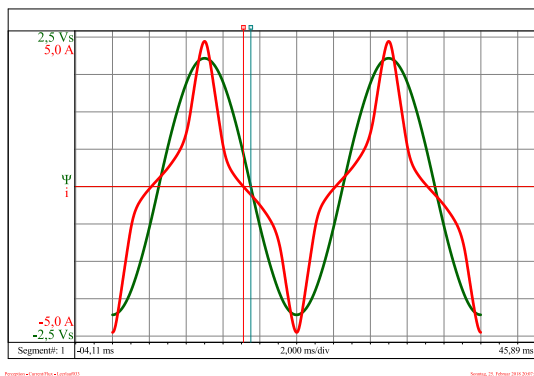


Abb. 6: Strom und Fluss

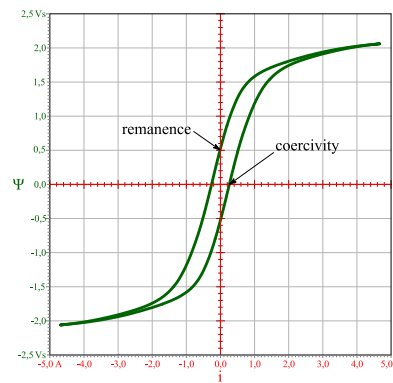


Abb. 7: Ψ Diagramm

Zur weiteren Untersuchung wird deshalb eine Untersuchung der Messwerte im Zeitverlauf durchgeführt. In Abbildung 6 ist an der Verzerrung des Stromverlaufes (rote Kurve) deutlich zu erkennen, das Kernmaterial in Sättigung läuft. Am anschaulichsten wird der Zusammenhang zwischen der Flussdichte B und der magnetischen Feldstärke H durch die Hystereseurve. Die Flussdichte und die Feldstärke lassen sich bei bekannter Kerngeometrie aus den gemessenen Größen bestimmen über:

$$B = \frac{\Psi}{A_{Fe}} \quad (8)$$

$$H = \frac{I}{l_{Fe}} \quad (9)$$

Aufgrund der unbekanntem Kerngeometrie des hier vermessenen Prüflings ist die Hystereseurve in Abbildung 7 als Ψ Kennlinie dargestellt. In Abbildung 8 sind zusätzlich noch die Neukurve und mehrere Lastpunkte eingezeichnet. Die Neukurve wird über das Anfahren verschiedener Lastpunkte, in denen jeweils der verkettete Fluss und Strom im Spannungsnulldurchgang erfasst werden, ermittelt. Sie entsteht beim erstmaligen aufbringen einer Feldstärke auf einen unmagnetisierten Kern und ist die Kennlinie der Hauptinduktivität L_H . Die Flussdichte steigt zunächst langsam an. Mit zunehmender Feldstärke steigt die Flussdicht immer schneller bis der Kern in Sättigung geht und die Flussdicht kaum noch ansteigt. Verringert man die Feldstärke nun wieder, so geht Flussdicht nicht auf der Neukurve zurück, sondern folgt der Hystereseurve. Bei einer Feldstärke gleich Null bleibt ein Restmagnetismus, die sogenannte Remanenz, zurück. Die zur Beseitigung des Restmagnetismus notwendige Feldstärke bezeichnet man als die Koerzitivfeldstärke. [2]

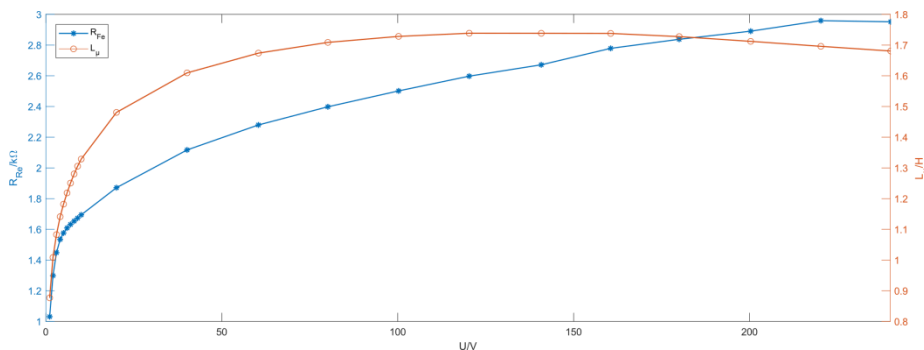


Abb. 5: Hauptinduktivität und Eisenverlustwiderstand in Abhängigkeit von der Spannung

Eine weitere Methode zur Bestimmung der zu erwartenden Eisenverluste ist die Steinmetzformel (10).

$$P_{Fe} = k \cdot f^a \cdot \Psi^b \quad (10)$$

Die Steinmetzformel beruht darauf, dass die von der Hystereseurve eingeschlossene Fläche gleich der Eisenverluste ist. Die Voraussetzung zur Anwendung der Steinmetzformel ist eine sinusförmige Eingangsspannung. Mit den aus den Messwerten berechneten Eisenverlusten bei unterschiedlichem verkettetem Fluss lassen sich durch Kurvenanpassung die unbekanntenen Koeffizienten a und b aus Formel (10) ermitteln (Abbildung 9). Mit der so entstandenen Kurve lassen sich nun die Eisenverluste bei anderen Lastpunkten im Voraus abschätzen.

3. Messungen im Kurzschluss

Beim Kurzschlussversuch wird die Sekundärseite über eine niederohmige Impedanz Z_{load}

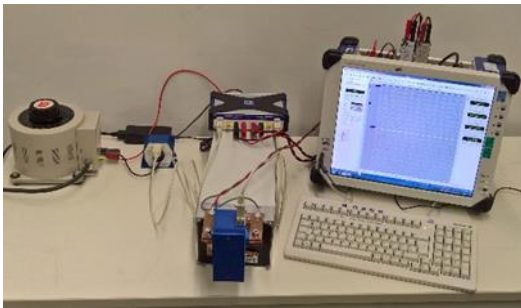


Abb. 10: Messaufbau der Kurzschlussmessung

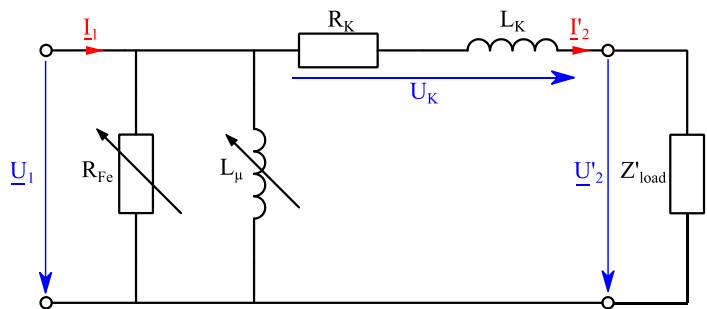


Abb. 11: Ersatzschaltbild des Transformators im Kurzschluss

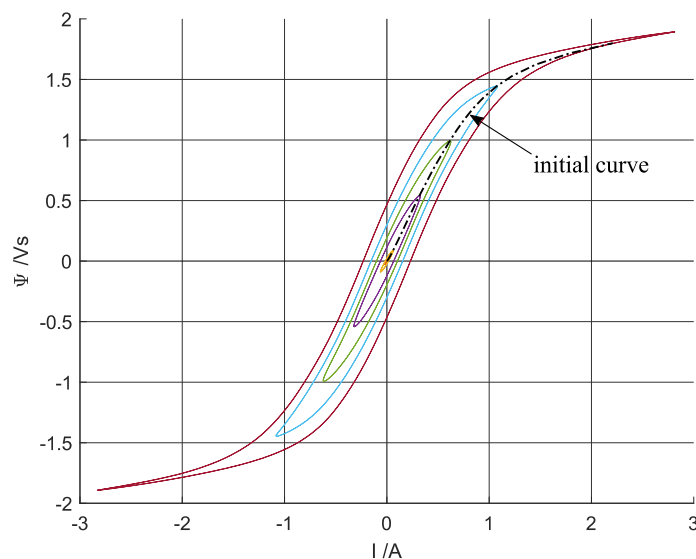


Abb. 8: Hystereseurve mit Neukurve

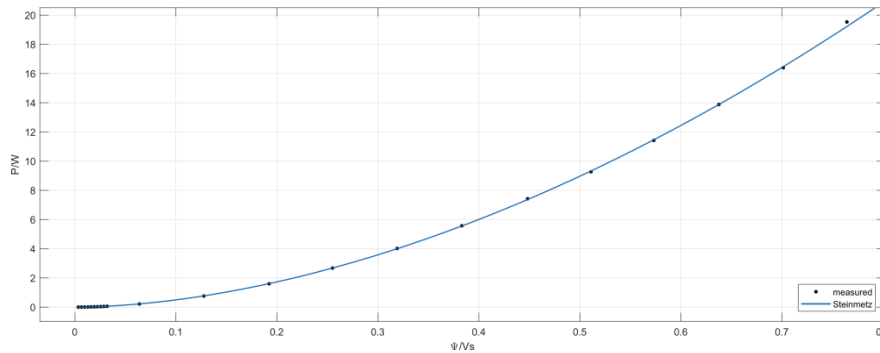


Abb. 9: Vergleich der mit Hilfe der Steinmetzformel berechneten Eisenverluste mit den Messdaten

kurzgeschlossen (Abbildung 11). Der Strom wird dabei über einen Stelltransformator auf Nennstrom eingestellt. Der Strom über die Hauptinduktivität und den Eisenverlustwiderstand ist in diesem Betriebszustand vernachlässigbar. Messtechnisch erfasst werden hierbei die Primärspannung $u_1(t)$, der Primärstrom $i_1(t)$, der Sekundärstrom $i_2(t)$ und die Spannung $u_2(t)$ über der Last. Zunächst wird der Spannungsfall über R_K und L_K berechnet.

$$u_K(t) = u_1(t) - \left(\frac{u_2(t)}{\ddot{u}} \right) \quad (11)$$

Über $u_K(t)$ und $i'_2(t)$ kann die an R_K und L_K umgesetzte Leistung berechnet und die Bauteilwerte berechnet werden.

$$R_K = \frac{P_K}{I'^2_2} \quad (12)$$

$$L_K = \frac{1}{2\pi f} \cdot \frac{Q_K}{I'^2_2} \quad (13)$$

4. Quellen

[1] J. Teigelkötter, Energieeffiziente elektrische Antriebe, Springer Vieweg Verlag, 2013.

[2] M. S. Hering, Physik für Ingenieure (9.Auflage), Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2004.

Anhang

A1 Formeln Leerlauf

Name	Expression	Unit
GEN3i		
	variables allocation	
frequency	50	Hz
	measured value of equivalent circuit	
i_1	Recorder_A.i_1	A
u_1	Recorder_A.u_1	V
u_2	Recorder_A.u_2	V
	#region Cycle Parameters	
	Defining cycle parameters	
Cycle_source	Recorder_A.u_1	V
Cycle_count	1	
Cycle_level	0	V
Cycle_hyst	0,1	V
Cycle_holdoff	0,001	s
Cycle_filter_type	1	
Cycle_cutoff_frequency	1000	Hz
Cycle_direction	0	
Cycle_timeout	1	s
Cycle_source_filt	@HWFilter (RTFormulas.Cycle_source ; RTFormulas.Cycle_filter_type ; RTFormulas.Cycle_cutoff_frequency)	A
	End of cycle parameters	
	#endregion Cycle Parameters	
	=====	
	#region Cycle computation and Cycle check	
	START of Computing the CYCLE MASTER	
Cycle_Master	@CycleDetect (RTFormulas.Cycle_source_filt ; RTFormulas.Cycle_count ; RTFormulas.Cycle_level ; RTFormulas.Cycle_hyst ; RTFormulas.Cycle_holdoff ; RTFormulas.Cycle_direction ; RTFormulas.Cycle_timeout)	
	END of Computing the CYCLE MASTER	

	START computing the CYCLE CHECK (= cycle frequency) to check for missing/multiple cycles	
Cycle_Check	@CycleFrequency (RTFormulas.Cycle_Master)	Hz
	END of Computing the CYCLE CHECK	
	#endregion Cycle computation and Cycle check	
	=====	
	START of Computing the True RMS current signals	
I_1	@CycleRMS (RTFormulas.i_1 ; RTFormulas.Cycle_Master)	A
	Computing the mean (or collective) current	
	END of Computing the True RMS current signals	

	START of Computing the True RMS voltage signals	
U_1	@CycleRMS (RTFormulas.u_1; RTFormulas.Cycle_Master)	V
U_2	@CycleRMS (RTFormulas.u_2; RTFormulas.Cycle_Master)	V
	Computing the mean (or collective) voltage	
	END of Computing the True RMS voltage signals	

	START of Computing the electrical power	
	Computing the activ Power	
p_1	RTFormulas.u_1 * RTFormulas.i_1	W
P_1	@CycleMean (RTFormulas.p_1 ; RTFormulas.Cycle_Master)	W
	Computing the apparent power	
S_1	RTFormulas.U_1 * RTFormulas.I_1	VA
	Computing the reactive Power	
Q_1	@Sqrt(RTFormulas.S_1*RTFormulas.S_1- RTFormulas.P_1*RTFormulas.P_1)	var

	#endregion Power computations	
	=====	
	#endregion AC3_PN	

R_Fe	(RTFormulas.U_1*RTFormulas.U_1)/RTFormulas.P_1	Ω
L_μ	((RTFormulas.U_1*RTFormulas.U_1)/RTFormulas.Q_1)/(2*System.Constants.Pi*RTFormulas.frequency)	H
	Computing Ψ	
Ψ	@Integrate(RTFormulas.u_1)	Vs

A2 Formeln Kurzschluss

Name	Expression	Unit
GEN3i		
	variables allocation	
ratio	40	
frequency	50	Hz
	measured value of equivalent circuit	
i_1	Recorder_A.i_1	A
i'_2	Recorder_A.i_2/RTFormulas.ratio	A
u_1	Recorder_A.u_1	V
u'_2	Recorder_A.u_2*RTFormulas.ratio	V
u_K	Recorder_A.u_1-RTFormulas.u'_2	V
	#region Cycle Parameters	
	Defining cycle parameters	
Cycle_source	Recorder_A.u_1	V
Cycle_count	1	
Cycle_level	0	V
Cycle_hyst	0,1	V

Cycle_holdoff	0,001	s
Cycle_filter_type	1	
Cycle_cutoff_frequency	1000	Hz
Cycle_direction	0	
Cycle_timeout	1	s
Cycle_source_filt	@HWFilter (RTFormulas.Cycle_source ; RTFormulas.Cycle_filter_type ; RTFormulas.Cycle_cutoff_frequency)	A
	End of cycle parameters	
	#endregion Cycle Parameters	
	=====	
	#region Cycle computation and Cycle check	
	START of Computing the CYCLE MASTER	
Cycle_Master	@CycleDetect (RTFormulas.Cycle_source_filt ; RTFormulas.Cycle_count ; RTFormulas.Cycle_level ; RTFormulas.Cycle_hyst ; RTFormulas.Cycle_holdoff ; RTFormulas.Cycle_direction ; RTFormulas.Cycle_timeout)	
	END of Computing the CYCLE MASTER	

	START computing the CYCLE CHECK (= cycle frequency) to check for missing/multiple cycles	
Cycle_Check	@CycleFrequency (RTFormulas.Cycle_Master)	Hz
	END of Computing the CYCLE CHECK	
	#endregion Cycle computation and Cycle check	
	=====	
	START of Computing the True RMS current signals	
I_1	@CycleRMS (RTFormulas.i_1 ; RTFormulas.Cycle_Master)	A
I_2	@CycleRMS(RTFormulas.i_2;RTFormulas.Cycle_Master)	A
	Computing the mean (or collective) current	
	END of Computing the True RMS current signals	

	START of Computing the True RMS voltage signals	
U_1	@CycleRMS (RTFormulas.u_1; RTFormulas.Cycle_Master)	V
U'_2	@CycleRMS (RTFormulas.u'_2; RTFormulas.Cycle_Master)	V
U_K	@CycleRMS (RTFormulas.u_K; RTFormulas.Cycle_Master)	V
	Computing the mean (or collective) voltage	
	END of Computing the True RMS voltage signals	

	START of Computing the electrical power	
	Computing the activ Power	
p_in	RTFormulas.u_1 * RTFormulas.i_1	W
p_load	RTFormulas.u'_2*RTFormulas.i'_2	W
p_K	RTFormulas.u_K*RTFormulas.i'_2	W
P_in	@CycleMean (RTFormulas.p_in ; RTFormulas.Cycle_Master)	W
P_load	@CycleMean(RTFormulas.p_load;RTFormulas.Cycle_Master)	W
P_K	@CycleMean(RTFormulas.p_K;RTFormulas.Cycle_Master)	W
	Computing the apparent power	

S_in	RTFormulas.U_1 * RTFormulas.I_1	VA
S_load	RTFormulas.U'_2 * RTFormulas.I'_2	VA
S_K	RTFormulas.U_K * RTFormulas.I_1	VA
	Computing the reactive Power	
Q_in	@Sqrt(RTFormulas.S_in*RTFormulas.S_in-RTFormulas.P_in*RTFormulas.P_in)	var
Q_load	@Sqrt(RTFormulas.S_load*RTFormulas.S_load-RTFormulas.P_load*RTFormulas.P_load)	var
Q_K	@Sqrt(RTFormulas.S_K*RTFormulas.S_K-RTFormulas.P_K*RTFormulas.P_K)	var

	#endregion Power computations	
	=====	
	Computing the Parameter of the short circuit	
R_K	RTFormulas.P_K/(RTFormulas.I_1*RTFormulas.I_1)	Ω
L_K	(RTFormulas.Q_K/(RTFormulas.I_1*RTFormulas.I_1))/(2*System.Constants.Pi*RTFormulas.frequency)	H
	Computing the Parameter of load	
R_load	RTFormulas.P_load/(RTFormulas.I'_2*RTFormulas.I'_2)	Ω
L_load	(RTFormulas.Q_load/(RTFormulas.I'_2*RTFormulas.I'_2))/(2*System.Constants.Pi*RTFormulas.frequency)	H